

ANALISIS PEMBENTUKAN PORTOFOLIO OPTIMAL DENGAN MENGGUNAKAN MODEL MARKOWITZ UNTUK SAHAM LQ 45 PERIODE 2008--2012

Liliana Chandra
Yudith Dyah Hapsari¹
(Universitas Katolik Indonesia Atma Jaya Jakarta)

ABSTRACT

The shares which are included in the LQ45 list attract investors., Make a portfolio diversification is necessary to minimize unsystematic risk. In this paper the authors wanted to construct an optimal portfolio in accordance with the theory of Markowitz.

The data are taken from the yahoo.finance monthly data for stocks that are respectively included in LQ45 consistently in the period 2008 to 2012.. In establishing the optimal portfolio, the author uses the Linear Solver Microsoft Programming in Excel.Program.

To determine the optimal portfolio, 17 shares which consistent listed in LQ45 in the period 2008 to 2012quired.. The Author formed 14 portfolios from the 14 stocks which have positive return. Portfolio Ewhich has the highest risk adjusted return (RAR) is selected as the optimal portfolio.

1. PENDAHULUAN

Investasi merupakan suatu bentuk penanaman modal baik secara langsung maupun tidak langsung, baik jangka pendek maupun jangka panjang, dengan harapan nantinya akan mendapatkan keuntungan atau bentuk manfaat lainnya dari hasil investasi tersebut.

Di Indonesia, saham ditransaksikan di Bursa Efek Indonesia (BEI). Di tempat ini ada 451 saham yang tercatat di Bursa Efek Indonesia hingga Agustus 2012. Indeks LQ 45 merupakan indeks yang sering digunakan sebagai dasar pembentukan portofolio saham (Jogiyanto, 2003). Saham-saham LQ 45 merupakan saham likuid kapitalisasi pasar yang tinggi, yang memiliki transaksi perdagangan tinggi, baik dari segi frekuensi maupun volume, dan memiliki prospek pertumbuhan serta kondisi keuangan yang cukup baik, tidak fluktuatif dan secara objektif telah diseleksi oleh BEI. Selain itu, LQ 45 jika dilihat dari segi risiko, kelompok saham LQ 45 memiliki risiko terendah dibandingkan saham-saham lain karena fundamental kinerja saham ini bagus dan fluktuatif harga pada kelompok saham LQ 45 cenderung *smooth* sehingga menjadikan *return* dari *capital gain* tidak setinggi kelompok saham yang mengalami fluktuasi harga signifikan. (Sulistiyowati, 2012).

Untuk dapat meminimalkan risiko investasi saham di pasar modal, investor dapat melakukan portofolio (diversifikasi) saham dengan melakukan investasi pada banyak saham sehingga risiko kerugian pada satu saham dapat ditutup dengan keuntungan pada saham yang lainnya. Diversifikasi ditujukan meminimalisasi risiko tidak sistematis atau risiko yang tidak dapat

dihilangkan. Risiko tidak sistematis berkaitan dengan risiko individual perusahaan masing-masing yang berbeda antara satu perusahaan dan perusahaan lain (Eko, dkk, 2001 p.300). Untuk mengetahui saham, yang memiliki tingkat keuntungan tinggi dengan risiko tertentu serta bagaimana meminimalkan risiko tersebut, perlu dilakukan analisis portofolio terlebih dahulu. Analisis portofolio akan membantu investor dalam mengambil keputusan untuk menentukan portofolio mana yang paling efisien mempunyai tingkat keuntungan yang diharapkan terbesar dengan risiko tertentu atau yang mempunyai risiko terkecil.

Model penentuan portofolio yang menekankan hubungan *return* dan risiko investasinya adalah model Markowitz. Model ini dapat mengatasi kelemahan diversifikasi *random*. Anggapan bahwa penambahan jumlah saham dalam satu portofolio secara terus-menerus akan memberikan manfaat yang semakin besar berbeda dengan model Markowitz. Model ini meyakini bahwa penambahan saham secara terus-menerus pada satu portofolio, pada suatu titik tertentu akan semakin mengurangi manfaat diversifikasi dan justru akan memperbesar tingkat risiko (Tandelilin, 2010:116).

Model Markowitz memperkenalkan model diversifikasi portofolio. Pengurangan risiko nonsistematis (*firm-specific risk*) dilakukan dengan cara diversifikasi sehingga hanya tertinggal *systematic risk* yang dikenal dengan istilah *insurance principle*.

Portofolio optimal dengan model Markowitz yang dipilih dari sekian banyak alternatif portofolio efisien dapat memberikan tingkat *return* tertentu sesuai dengan risiko yang berani ditanggung oleh investor (Ticoh, 2010). Portofolio Markowitz juga memberikan hasil cukup efisien karena memiliki nilai *return* ekspektasi positif dari portofolio masing-masing (Supriyadi dan Hadmar, 2009). Faktor penentu dalam memilih anggota portofolio optimal terletak pada hasil bobot/proporsi untuk saham masing-masing. Maka untuk model Markowitz terutama dengan *software* yang ada saat ini menjadi daya tarik sendiri bagi para kaum investor awam. Selain mudah dimengerti, para investor tidak perlu menganalisis fundamental ataupun secara teknis yang rumit untuk menentukan proporsi saham dalam setiap portofolio yang dapat memberikan mereka keuntungan optimal dengan *return* tertentu dan risiko yang minimal atau pada risiko yang sama dengan *return* terbesar.

Melihat kenyataan di atas, penulis akan melakukan penelitian berjudul “Analisis Pembentukan Portofolio Optimal dengan Menggunakan Model Markowitz Untuk Saham LQ45 Periode 2008–2012”.

2. LANDASAN TEORI

2.1 Investasi

Menurut Jack Clark Francis (Francis, 1991, hlm. 1), “investasi adalah penanaman modal yang diharapkan dapat menghasilkan tambahan dana pada masa yang akan datang.”

Berdasarkan definisi di atas, dapat disimpulkan bahwa investasi merupakan suatu bentuk pengorbanan kekayaan pada masa sekarang untuk mendapatkan keuntungan pada masa depan dengan

tingkat risiko tertentu.

2.2 Risiko

Untuk mengukur risiko secara umum, risiko dibagi dalam dua jenis, yaitu *systematic risk* dan *unsystematic risk*. *Systematic risk*, disebut juga *market risk*, merupakan risiko yang berasal dari kondisi ekonomi dan pasar secara umum, dan risiko tersebut tidak dapat dikontrol oleh manajemen serta tidak dapat dihilangkan melalui penyebaran risiko atau diversifikasi. *Unsystematic risk*, disebut juga *unique risk* atau risiko yang dapat dikontrol oleh manajemen, adalah risiko yang unik bagi perusahaan, seperti pemogokan kerja, tuntutan hukum, dan kesalahan manajemen. Pada dasarnya *unsystematic risk* dapat dikurangi, bahkan menjadi nol atau yang tinggal hanya *systematic risk* melalui diversifikasi.

Penjumlahan dari *systematic risk* dan *unsystematic risk* adalah total *risk*.

2.3 Return

Return merupakan imbalan atas keberanian investor menanggung risiko atas investasi yang dilakukan. Sumber-sumber *return* terdiri atas dua komponen utama, yaitu *yield* dan *capital gain*. *Yield* merupakan komponen *return* yang mencerminkan aliran kas atau pendapatan yang diperoleh secara periodik dari suatu investasi. *Capital gain* adalah kenaikan harga suatu berharga (saham atau surat utang jangka panjang) yang dapat memberikan keuntungan bagi investor. Penjumlahan *yield* dan *capital gain* disebut *return* total suatu investasi (Tandelilin, 2001).

2.4 Saham

Menurut Jogiyanto (2000), saham adalah “Tanda kepemilikan dari perusahaan yang mewakili kepada manajemen untuk menjalankan operasi perusahaan”. Saham merupakan suatu jenis sekuritas yang cukup populer diperjualbelikan dipasar modal.

2.5 Indeks Harga Saham

Indeks harga saham adalah suatu indikator yang menunjukkan pergerakan harga saham. Indeks berfungsi sebagai indikator *trend* pasar, artinya pergerakan indeks menggambarkan kondisi pasar pada suatu saat, apakah pasar sedang aktif atau lesu. Pergerakan indeks menjadi indikator penting bagi para investor untuk menentukan apakah mereka akan menjual, menahan, atau membeli satu atau beberapa saham. Karena harga-harga saham bergerak dalam hitungan detik dan menit, nilai indeks pun bergerak turun naik dalam hitungan waktu yang cepat pula.

2.6 PORTOFOLIO

2.6.1 Konsep dan Tujuan Portofolio

Dalam dunia keuangan, portofolio digunakan untuk menyebutkan kumpulan investasi yang dimiliki oleh institusi ataupun perseorangan. Memiliki portofolio seringkali merupakan bagian dari investasi dan strategi manajemen risiko yang disebut diversifikasi. Dengan memiliki beberapa aset, risiko tertentu dapat dikurangi.

2.6.2 Strategi Portofolio

Dalam investasi portofolio, ada beberapa faktor yang perlu diperhatikan.

a. Karakter Para Investor

Sifat investor dalam menentukan kebijakan investasi portofolionya begitu beragam dan keadaan itu sangat tergantung pada beberapa hal, seperti kondisi keuangan, pendapatan rutin, pendidikan, pengalaman, keluarga, dan pandangan terhadap bisnis portofolio, khususnya kemungkinan berbagai manfaat dan tingkat risiko kerugian yang akan diterima kelak.

b. Jangka Waktu Portofolio

Biasanya jangka waktu portofolio relatif lama. Apabila dihubungkan antara waktu dengan risiko dan tingkat keuntungan, diperoleh gambaran seperti berikut ini:

- a) hasil tinggi, risiko besar dalam kurun waktu yang singkat,
- b) hasil rendah, risiko rendah dalam kurun waktu yang lama,
- c) hasil tinggi, risiko tinggi dalam kurun waktu yang lama,
- d) hasil rendah, risiko rendah dalam kurun waktu yang singkat.

c. Hasil yang Diharapkan

Kebanyakan teori portofolio dikembangkan pada jenis sekuritas, seperti obligasi dan saham, sementara untuk barang modal atau aset berjangka panjang, hal itu tidak dilakukan. Tingkat hasil yang diharapkan dari suatu portofolio merupakan rata-rata tertimbang (*weighted average*) hasil masing-masing komponen instrumen sekuritas yang terkumpul.

d. Tingkat Risiko yang akan Dihadapi

Risiko merupakan kemungkinan penyimpangan negatif dari arus kas yang akan diterima. Kerugian itu dapat ditekan seminimal mungkin jika investor terlebih dahulu melakukan analisis yang tepat dengan berbagai pertimbangan yang matang.

2.6.3 Teori Portofolio Modern

Teori portofolio modern dicetuskan pertama kali oleh Harry Markowitz pada tahun 1952. Teori ini menghubungkan antara risiko dan imbal hasil dalam suatu perekonomian yang kompetitif. Brealey juga menjelaskan bahwa Markowitz dalam teorinya menyatakan bahwa *variance* dari imbal hasil merupakan alat ukur yang bermanfaat untuk menentukan risiko dari suatu portofolio dengan mempertimbangkan asumsi-asumsi tertentu.

2.6.4 Pemilihan Portofolio

Di dalam membentuk suatu portofolio, terdapat permasalahan, yakni banyak sekali kemungkinan portofolio yang dapat dibentuk dari kombinasi aktiva berisiko yang tersedia di pasar. Jika investor rasional, mereka akan memilih portofolio yang optimal.

Portofolio optimal dapat ditentukan dengan menggunakan model Markowitz atau model indeks tunggal. Untuk menentukan portofolio yang optimal dengan model-model ini, yang pertama kali dibutuhkan adalah menentukan portofolio yang efisien.

Portofolio yang efisien adalah portofolio yang memberikan *return* ekspektasi tertentu dengan risiko minimal atau memberikan risiko yang sama dengan *return* ekspektasi terbesar.

2.6.5 Portofolio Optimal

Dalam pembentukan portofolio, investor selalu ingin mencari *return* harapan tertentu dengan tingkat risiko minimal yang bersedia ditanggungnya, atau mencari portofolio yang menawarkan risiko yang sama dengan tingkat *return* maksimal. Karakteristik portofolio seperti itu disebut portofolio yang efisien. Asumsi yang paling penting dalam portofolio efisien adalah bahwa semua investor tidak menyukai risiko (*risk averse*), sedangkan portofolio optimal merupakan portofolio yang dipilih investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada kumpulan portofolio efisien.

2.7 MODEL MARKOWITZ

Menurut Markowitz (1959), risiko portofolio dipengaruhi oleh rata-rata tertimbang setiap risiko aset individual dan kovarians antara aset yang membentuk portofolio. Varians dan standar deviasi dari *return* merupakan ukuran umum risiko. Risiko portofolio juga dapat diukur dengan besarnya standar deviasi atau varian dari nilai-nilai *return* sekuritas-sekuritas tunggal yang ada di dalamnya. Risiko portofolio mungkin akan menurun sesuai dengan banyaknya saham yang berbeda ditambahkan, dapat dikurangi dengan menggabungkan beberapa sekuritas tunggal ke dalam bentuk portofolio (Jogiyanto, 2003).

2.7.1 Pemilihan Portofolio Optimal Berdasarkan Model Portofolio Markowitz

Dalam pendekatan Markowitz, pemilihan portofolio investor didasarkan pada preferensi investor terhadap *return* harapan dan risiko masing-masing pilihan portofolio. Dalam teori portofolio dikenal konsep portofolio efisien dan portofolio optimal. Portofolio efisien adalah portofolio yang menyediakan *return* tertentu bagi investor dengan risiko minimal atau menawarkan pada kondisi yang sama tingkat *return* maksimal, sedangkan portofolio optimal adalah portofolio yang dipilih investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada portofolio efisien.

3. METODE PENELITIAN

3.1 Gambaran Umum Penelitian

Objek penelitian adalah tujuh belas saham LQ45 yang terdaftar selama sepuluh periode berturut-turut selama tahun 2008-2012.

3.1.1 Indeks LQ45

Indeks LQ45 terdiri atas 45 emiten dengan likuiditas (*Liquid*) tinggi, yang diseleksi melalui beberapa kriteria pemilihan. Selain penilaian atas likuiditas, seleksi atas emiten-emiten tersebut juga mempertimbangkan kapitalisasi pasar.

3.2 Definisi Operasional Variabel

Definisi operasional variabel yang digunakan adalah sebagai berikut.

a. Return

Return adalah tingkat imbal hasil dari portofolio, dengan asumsi portofolio sama dengan indeks.

$$R = \frac{\text{Indeks Saham} - \text{Indeks Saham} - 1}{\text{Indeks Saham} - 1}$$

b. Risiko

Risiko merupakan kemungkinan perbedaan antara *return actual* dan *return* yang diharapkan. Ukuran besaran risiko adalah varians dan standar deviasi

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Keterangan:

s = standar deviasi

x_i = nilai indeks saham

$\bar{x}$ = rata-rata nilai indeks saham

n = jumlah data

c. Markowits

Analisis portofolio optimal dilakukan dengan mendasarkan perhitungan dengan langkah-langkah yang harus ditempuh sebagai berikut.

Pertama, menghitung *return* saham dari sampel saham masing-masing dengan rumus :

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}}$$

Keterangan:

P_t = harga saham pada period ke-t

P_{t-1} = harga saham pada periode t-1

D_t = dividen yang dibagikan

Kedua, menghitung *expected return* sampel masing-masing dengan rumus (Husnan, 2009 : 50) :

$$E(R_i) = \frac{\sum_{j=1}^N R_{ij}}{N}$$

$E(R_i)$ = rata-rata *expected return* saham perusahaan ke-i

R_{ij} = tingkat keuntungan pada investasi i

N = banyaknya peristiwa yang mungkin terjadi

Ketiga, menghitung varians saham masing-masing dengan rumus (Tandelilin, 2010:55):

Kempat, mencari nilai kovarian antara dua buah saham dan portofolio dengan menggunakan formulasi

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^N (R_{ik} - E(R_i))(R_{jk} - E(R_j))}{(N-1)}$$

$$Cov(R_A, R_B) = \sigma_{R_A, R_B} = \sum_{t=1}^n \frac{[R_{At} - E(R_A)](R_{Bt} - E(R_B))}{n}$$

Kelima, menghitung *expected return* portofolio yang telah terbentuk dengan formula

Keterangan: W_i : bobot/proporsi dana yang akan dialokasikan untuk saham masing-masing.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i E(R_i)$$

Keenam, varian portofolio dihitung menggunakan formula :

$$Var(R_p) = \sigma_p^2 = E[R_p - E(R_p)]^2$$

Ketujuh, membuat matriks koefisien korelasi dengan menggunakan rumus

$$\rho_{xy} = \frac{cov_{xy}}{\sigma_x \sigma_y},$$

Keterangan:

ρ_{xy} : koefisien korelasi dari populasi

cov_{xy} : kovarians dari populasi

σ_x : *Standard deviation* dari x

σ_y : *Standard deviation* dari y

Kedelapan, membuat matriks *covariance* dengan menggunakan rumus

$$Cov_{1,2} = \frac{\sum_{t=1}^n [R_{1,t} - \bar{R}_1][R_{2,t} - \bar{R}_2]}{(n-1)}$$

Keterangan :

$R_{1,t}$: *Return on Asset 1* pada periode t

$R_{2,t}$: *Return on Asset 2* pada periode t

$\bar{R}_1$: *mean return on asset 1*

$\bar{R}_2$: *mean return on asset 2*

Kesembilan, menghitung standar deviasi untuk portofolio dengan menggunakan rumus

$$\sigma_{port} = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov_{ij}}$$

Keterangan:

σ_{port} : *standard deviation* portofolio

w_i : bobot masing-masing portofolio

σ_i^2 : *the variance of rates of return for asset i*

Cov_{ij} : *covariance* antara *return asset i* dan *j*

Kesepuluh, menggunakan *Solver Linear Programming*, dengan cara mengaktifkan terlebih dahulu pada Microsoft Excel

Dalam menggunakan *solver linear programming* ini, perlu dibuat batas minimum dan maksimum untuk memperoleh bobot dari masing-masing saham untuk setiap portofolio.

Selanjutnya, untuk mendapatkan bobot dari portofoliomasing-masing, perlu diurutkan dari *return* terbesar hingga terkecil dan dimasukkan ke dalam *constraints* untuk setiap nilai *return* yang tersebut.

Dengan menggunakan *solver linear programming* ini, dapat dicari rata-rata *variance (mean variance)* untuk mendapatkan varians dan standar deviasi dari suatu portofolio dengan tingkat *return* yang maksimal. Tujuan *solver linear programming* ini adalah untuk menghitung berapa besar bobot atau proporsi dari saham masing-masingdalam setiap portofolio. Karena tujuanpenggunaan *solver linear programming* adalah untuk menghitung portofolio optimal, dalam menentukan *target cell* harus diminimalkan untuk mendapatkan risiko yang minimal.

Untuk menghitung bobot masing-masing saham, perlu diambil *return* positif untuk membentuk portofolio optimal.

Kesebelas, membuat kurva *efficient frontier*.

Langkah selanjutnya dalam penelitian ini adalah menentukan portofolio yang memberikan kembali sesuai dengan harapan investor. Dengan mengikuti teori Markowitz, digunakan *return* dari setiap portofolio dan standar deviasi yang telah dihitung untuk portofoliomasing-masing. Dengan demikian, nantinya akan diperoleh *risk adjusted return (RAR)* dari total *return portfolio* dibagi dengan *standard deviation* dari masing-masing portofolio; poin RAR tertinggi yang merupakan portofolio optimal.

3.3 Metode Pengumpulan Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data-data sekunder. Data data primer yang telah diolah lebih lanjut dan disajikan baik oleh pihak pengumpul data primer maupun pihak lain (Umar, 2000). Data penelitian yang digunakan merupakan data historis yang diambil dari *adjusted closing price* untuk saham LQ45 selama periode 2008 hingga 2012 yang bersumber dari *finance.yahoo.com*. Jumlah data selama lima periode pengamatan sebanyak 225 saham dan saham yang selalu masuk dalam kelompok LQ45 sebanyak 17 saham.

4. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1 Gambaran Umum Objek Penelitian

Objek yang dianalisis dalam penelitian ini adalah saham-saham yang secara berturut-turut masuk dalam LQ45 pada periode 2008 hingga 2012. Maka terdapat 17 saham yang secara konsisten masuk

dalam periode tersebut, yaitu AALI, ANTM, ASII, BBKA, BBNI, BBRI, BDMN, BMRI, INCO, INDF, ISAT, PGAS, PTBA, TINS, TLKM, UNSP, dan UNVR. Dalam perhitungan *return* yang menggunakan *historical price* dari data bulanan saham masing-masing dengan menggunakan *adjusted closing price* dari tanggal 01 January 2008 sampai dengan 01 Januari 2013. Semua perhitungan menggunakan *solver linear programming* sesuai dengan teori Markowitz.

4.2 Analisis Data

Perhitungan data menggunakan program Microsoft Excel, yaitu *Solver Linear Programming*. Program ini dapat membantu menggambarkan pembentukan portofolio mana yang paling optimal dari semua indeks harga saham yang ada.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

- menganalisis saham LQ 45 yang masuk pada periode 2008 hingga 2012 secara konsisten;
- menghitung *return* dari saham masing-masing;
- menghitung *variance* dan standar deviasi dari saham masing-masing yang memiliki *return* positif;
- menganalisis korelasi dari setiap saham terhadap saham lainnya;
- menghitung *weighted shares* dan *weighted variance* dari setiap saham;
- menghitung *return portfolio* dari masing-masing saham;
- menghitung *risk adjusted return (RAR)* dari masing-masing saham;
- mengurutkan *return portfolio* dari yang terbesar hingga terkecil untuk membentuk *efficient frontier*.

4.2.1 Menghitung *risk* dan *return*

Setelah mengumpulkan data, langkah selanjutnya adalah menghitung *return E (R_i)*, *standard deviation (σ)*, dan *variance (Var)* untuk setiap saham. Hasil perhitungan adalah sebagai berikut:

Tabel 4.2 Perhitungan E (R_i), *Variance*, dan Standar Deviasi dari 17 saham

Stocks	Expected return (Monthly)	Var	σ
AALI	0.40%	1.80%	13.20%

ANTM	-0.57%	1.75%	13.24%
ASII	19.50%	153.20%	123.80%
BBCA	2.10%	0.80%	9.00%
BBNI	2.50%	2.30%	15.30%
BBRI	3.60%	2.50%	15.70%
BDMN	0.60%	1.50%	12.10%
BMRI	2.50%	1.50%	12.30%
INCO	-0.25%	2.57%	16.02%
INDF	2.20%	1.60%	12.70%
ISAT	0.50%	1.00%	10.00%
PGAS	8.50%	30.20%	55.00%
PTBA	1.60%	1.80%	13.50%
TINS	12.00%	83.40%	91.30%
TLKM	1.40%	0.90%	9.40%
UNSP	-3.37%	3.65%	19.10%
UNVR	2.30%	0.60%	7.50%

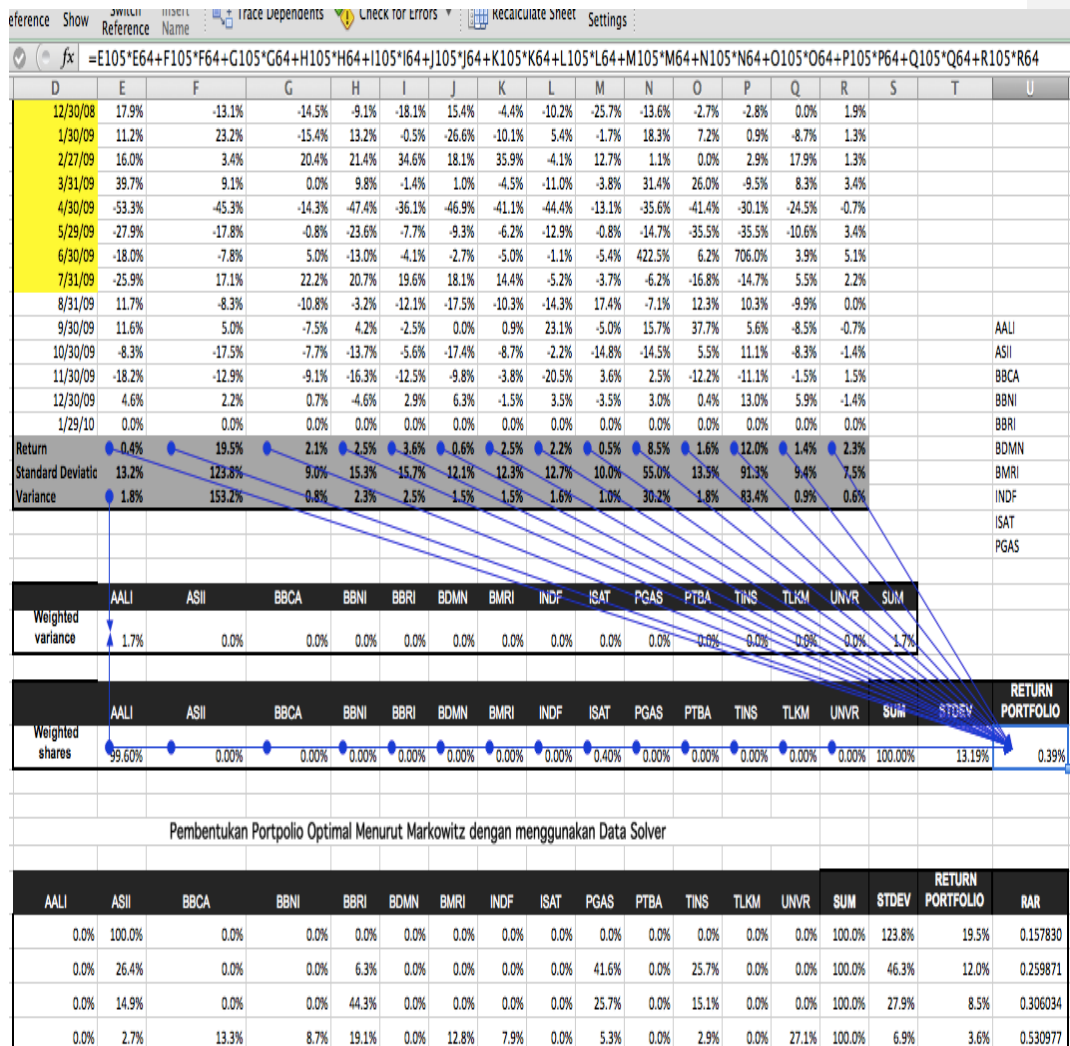
Karena dalam perhitungan di atas masih terdapat *return* negatif, yang diambil untuk perhitungan korelasi selanjutnya adalah *return* positif agar dapat membentuk portofolio optimal.

4.2.2 Memilih optimum portofolio berdasarkan *Risk Adjusted Return*

Setelah dilakukan perhitungan untuk memperoleh *return* yang positif, *variance*, dan *standard deviation* dari saham masing-masing, dengan menggunakan *solver linear programming*, portofolio optimum terletak pada Portofolio E. Sebelum memperoleh RAR, perlu dihitung *standard deviation* dan *return* portofolio saham masing-masing dengan cara mencari *weighted variance* dan *weighted shares* seperti pada tabel di bawah ini.

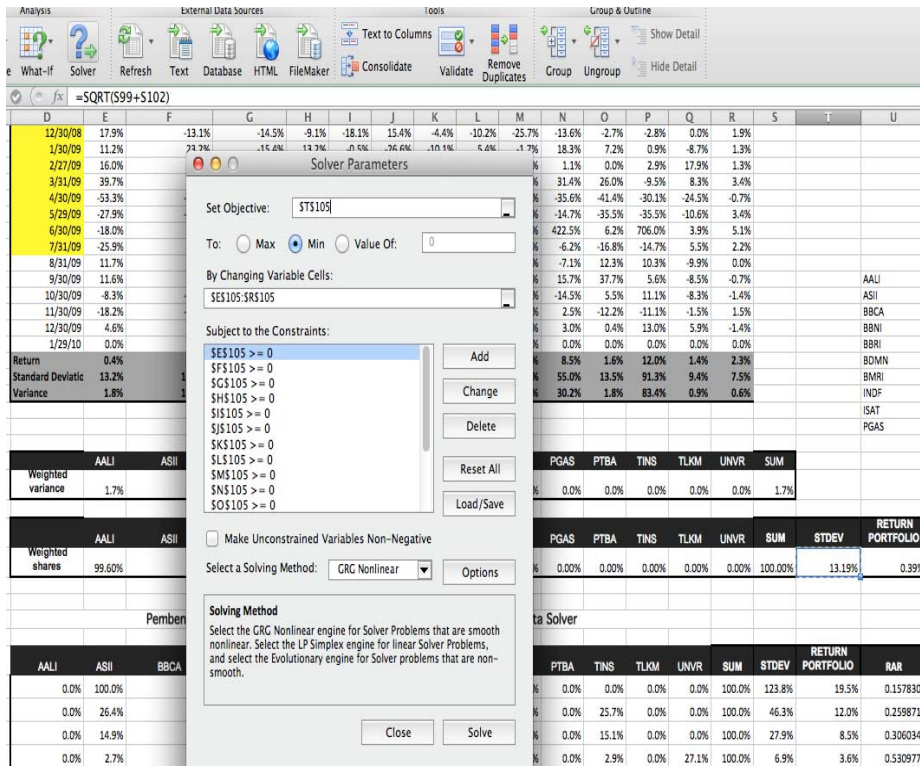
Matriks portofolio dapat dilihat pada grafik di bawah ini:

Gambar 4.1 **WEIGHTED VARIANCE**



Gambar 4.2 RETURN PORTFOLIO

Analisis Pembentukan Portofolio Optimal...(Liliana & Yudith)



Gambar 4.3 *STANDARD DEVIATION*

ambar 4.4 *Pembentukan Portofolio Optimal berdasarkan RAR*

	AALI	ASII	BBKA	BBNI	BBRI	BOMN	BMRI	INDF	ISAT	PGAS	PTBA	TINS	TLKM	UNVR	SUM	STDEV	RETURN PORTFOLIO	RAR
A	0.0%	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100.0%	123.8%	19.5%	0.157830
B	0.0%	26.4%	0.0%	0.0%	6.3%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	41.6%	0.0%	25.7%	0.0%	0.0%	100.0%	46.3%	12.0%	0.259871
C	0.0%	14.9%	0.0%	0.0%	44.3%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	25.7%	0.0%	15.1%	0.0%	0.0%	100.0%	27.9%	8.5%	0.306034
D	0.0%	2.7%	13.3%	8.7%	19.1%	0.0%	12.8%	7.9%	0.0%	5.3%	0.0%	2.9%	0.0%	27.1%	100.0%	6.9%	3.6%	0.530977
E	1.1%	0.8%	15.9%	6.6%	9.2%	2.3%	10.1%	8.3%	2.8%	1.8%	5.3%	0.9%	9.5%	25.4%	100.0%	4.0%	2.5%	0.634060
F	1.4%	0.8%	15.7%	6.5%	9.0%	2.6%	9.9%	8.2%	3.2%	1.7%	5.3%	0.9%	9.6%	25.2%	100.0%	3.9%	2.5%	0.634059
G	2.8%	0.6%	15.0%	6.0%	7.7%	4.0%	9.1%	7.8%	5.5%	1.3%	5.5%	0.7%	10.4%	23.6%	100.0%	3.6%	2.3%	0.626839
H	3.5%	0.5%	14.7%	5.7%	7.1%	4.6%	8.7%	7.6%	6.6%	1.1%	5.6%	0.6%	10.8%	22.9%	100.0%	3.5%	2.2%	0.618587
I	4.0%	0.4%	14.5%	5.5%	6.5%	5.2%	8.4%	7.4%	7.5%	1.0%	5.7%	0.5%	11.1%	22.3%	100.0%	3.5%	2.1%	0.608427
J	8.1%	0.0%	12.5%	3.9%	2.6%	9.3%	6.0%	6.1%	14.1%	0.0%	6.2%	0.0%	13.4%	17.7%	100.0%	3.4%	1.6%	0.466744
K	10.5%	0.0%	11.1%	2.9%	0.3%	11.7%	4.5%	5.3%	17.9%	0.0%	6.5%	0.0%	14.7%	14.7%	100.0%	3.6%	1.4%	0.382885
L	24.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	24.2%	0.0%	0.0%	39.3%	0.0%	1.4%	0.0%	10.5%	0.0%	100.0%	6.0%	0.6%	0.101732
M	28.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	26.6%	0.0%	0.0%	44.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.5%	0.0%	100.0%	6.7%	0.5%	0.075335
N	99.6%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.4%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100.0%	13.2%	0.4%	0.029565

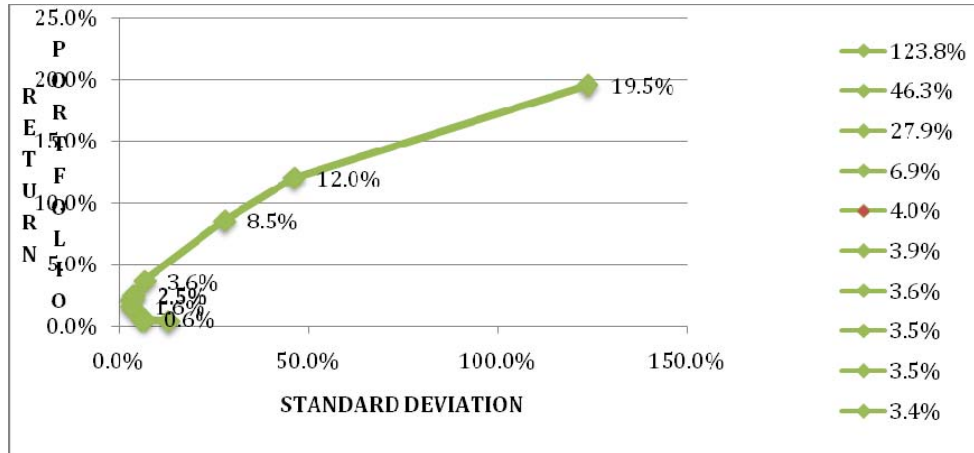
Tabel 4.4 Hasil perhitungan bobot untuk 14 portofolio

	AALI	ASII	BBCA	BBNI	BBRI	BDMN	BMRI
A	0.0%	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
B	0.0%	26.4%	0.0%	0.0%	6.3%	0.0%	0.0%
C	0.0%	14.9%	0.0%	0.0%	44.3%	0.0%	0.0%
D	0.0%	2.7%	13.3%	8.7%	19.1%	0.0%	12.8%
E	1.1%	0.8%	15.9%	6.6%	9.2%	2.3%	10.1%
F	1.4%	0.8%	15.7%	6.5%	9.0%	2.6%	9.9%
G	2.8%	0.6%	15.0%	6.0%	7.7%	4.0%	9.1%
H	3.5%	0.5%	14.7%	5.7%	7.1%	4.6%	8.7%
I	4.0%	0.4%	14.5%	5.5%	6.5%	5.2%	8.4%
J	8.1%	0.0%	12.5%	3.9%	2.6%	9.3%	6.0%
K	10.5%	0.0%	11.1%	2.9%	0.3%	11.7%	4.5%
L	24.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	24.2%	0.0%
M	28.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	26.6%	0.0%
N	99.6%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%

	INDF	ISAT	PGAS	PTBA	TINS	TLKM	UNVR
A	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
B	0.0%	0.0%	41.6%	0.0%	25.7%	0.0%	0.0%
C	0.0%	0.0%	25.7%	0.0%	15.1%	0.0%	0.0%
D	7.9%	0.0%	5.3%	0.0%	2.9%	0.0%	27.1%
E	8.3%	2.8%	1.8%	5.3%	0.9%	9.5%	25.4%
F	8.2%	3.2%	1.7%	5.3%	0.9%	9.6%	25.2%
G	7.8%	5.5%	1.3%	5.5%	0.7%	10.4%	23.6%
H	7.6%	6.6%	1.1%	5.6%	0.6%	10.8%	22.9%
I	7.4%	7.5%	1.0%	5.7%	0.5%	11.1%	22.3%
J	6.1%	14.1%	0.0%	6.2%	0.0%	13.4%	17.7%
K	5.3%	17.9%	0.0%	6.5%	0.0%	14.7%	14.7%
L	0.0%	39.3%	0.0%	1.4%	0.0%	10.5%	0.0%
M	0.0%	44.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.5%	0.0%
N	0.0%	0.4%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%

4.2.3 Pembentukan kurva *Efficient Frontier*

Dalam Gambar 4.5, terlihat portofolio optimum terletak pada titik-titik yang efisien sehingga diperoleh portofolio E yang merupakan portofolio optimal karena portofolio tersebut memiliki *risk adjusted return* (RAR) yang lebih tinggi daripada yang lain dengan poin RAR adalah 0,634060.



Sumber : Lampiran VII

Gambar 4.5 Kurva Efficient Frontier

Sesuai dengan teori portofolio efisien bahwa portofolio efisien adalah portofolio yang menyediakan *return* tertentu bagi investor dengan risiko minimal atau menawarkan kondisi risiko yang sama dengan tingkat *return* maksimal. Portofolio optimal adalah portofolio yang dipilih investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada portofolio efisien. Pada gambar di atas, Portofolio E dipilih sebagai portofolio optimal karena portofolio memiliki *return* sebesar 2.5% dengan risiko (*standard deviation*) sebesar 4.0% sehingga diperoleh RAR sebesar 0.634060, sedangkan pada kondisi *return* yang sama untuk portofolio F dengan *return* 2.5% dan risiko sebesar 3.9% hanya memperoleh RAR sebesar 0.634059; karena itu, dipilih portofolio E sebagai portofolio yang paling optimal.

4.1 Gambaran Umum Objek Penelitian

Objek yang dianalisis dalam penelitian ini adalah saham-saham yang secara berturut-turut masuk dalam LQ45 pada periode 2008 hingga 2012. Maka terdapat 17 saham yang secara konsisten masuk dalam periode tersebut, yaitu AALI, ANTM, ASII, BBKA, BBNI, BBRI, BDMN, BMRI, INCO, INDF, ISAT, PGAS, PTBA, TINS, TLKM, UNSP, dan UNVR. Dalam perhitungan *return* yang menggunakan *historical price* dari data bulanan saham masing-masing dengan menggunakan *adjusted closing price* dari tanggal 01 January 2008 sampai dengan 01 Januari 2013. Semua perhitungan menggunakan *solver linear programming* sesuai dengan teori Markowitz.

4.2 Analisis Data

Perhitungan data menggunakan program Microsoft Excel, yaitu *Solver Linear Programming*. Program ini dapat membantu menggambarkan pembentukan portofolio mana yang paling optimal dari semua indeks harga saham yang ada.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

- mengalisis saham LQ 45 yang masuk pada periode 2008 hingga 2012 secara konsisten;
- menghitung *return* dari sahammasing-masing;
- menghitung *variance* dan standar deviasi dari dari sahammasing-masing.
yang memiliki *return* positif;
- menganalisis korelasi dari setiap saham terhadap saham lainnya;
- menghitung *weighted shares* dan *weighted variance* dari setiap saham;
- menghitung *return portfolio* dari masing-masing saham;
- menghitung *risk adjusted return (RAR)* dari masing-masing saham;
- mengurutkan *return portfolio* dari yang terbesar hingga terkecil untuk membentuk *efficient frontier*.

4.2.1 Menghitung *risk* dan *return*

Setelah mengumpulkan data, langkah selanjutnya adalah menghitung *return* E (R_i), *standard deviation* (σ), dan *variance* (Var) untuk setiap saham. Hasil perhitungan adalah sebagai berikut:

**Tabel 4.2 Perhitungan E (R_i), *Variance*, dan Standar Deviasi dari
17 saham**

Stocks	Expected return (Monthly)	Var	σ
AALI	0.40%	1.80%	13.20%
ANTM	-0.57%	1.75%	13.24%
ASII	19.50%	153.20%	123.80%
BBCA	2.10%	0.80%	9.00%
BBNI	2.50%	2.30%	15.30%
BBRI	3.60%	2.50%	15.70%
BDMN	0.60%	1.50%	12.10%
BMRI	2.50%	1.50%	12.30%
INCO	-0.25%	2.57%	16.02%
INDF	2.20%	1.60%	12.70%
ISAT	0.50%	1.00%	10.00%
PGAS	8.50%	30.20%	55.00%
PTBA	1.60%	1.80%	13.50%
TINS	12.00%	83.40%	91.30%
TLKM	1.40%	0.90%	9.40%

UNSP	-3.37%	3.65%	19.10%
UNVR	2.30%	0.60%	7.50%

Karena dalam perhitungan di atas masih terdapat *return* negatif, yang diambil untuk perhitungan korelasi selanjutnya adalah *return* positif agar dapat membentuk portofolio optimal.

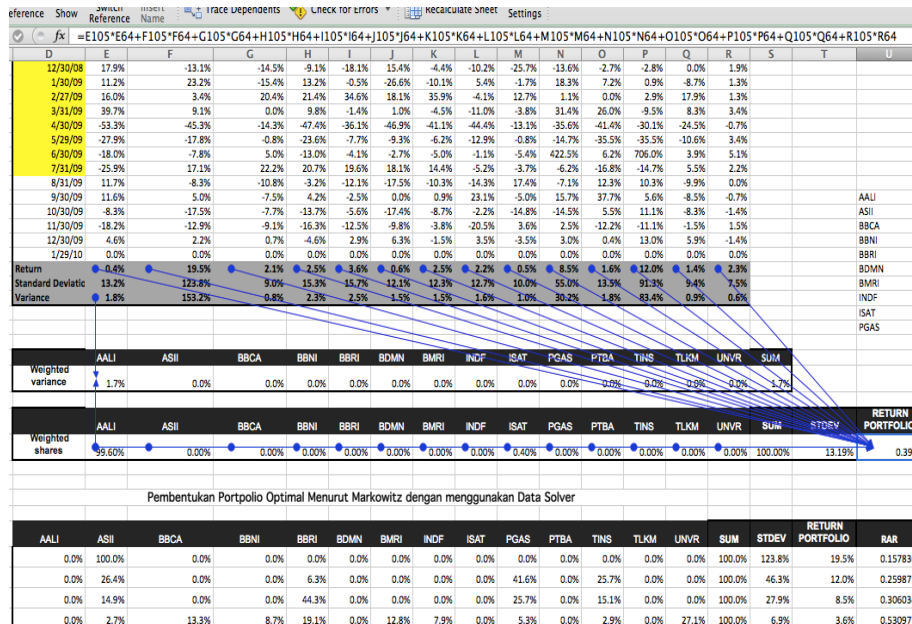
4.2.2 Memilih optimum portofolio berdasarkan *Risk Adjusted Return*

Setelah dilakukan perhitungan untuk memperoleh *return* yang positif, *variance*, dan *standard deviation* dari saham masing-masing, dengan menggunakan *solver linear programming*, portofolio optimum terletak pada Portofolio E. Sebelum memperoleh RAR, perlu dihitung *standard deviation* dan *return* portofolio saham masing-masing dengan cara mencari *weighted variance* dan *weighted shares* seperti pada tabel di bawah ini.

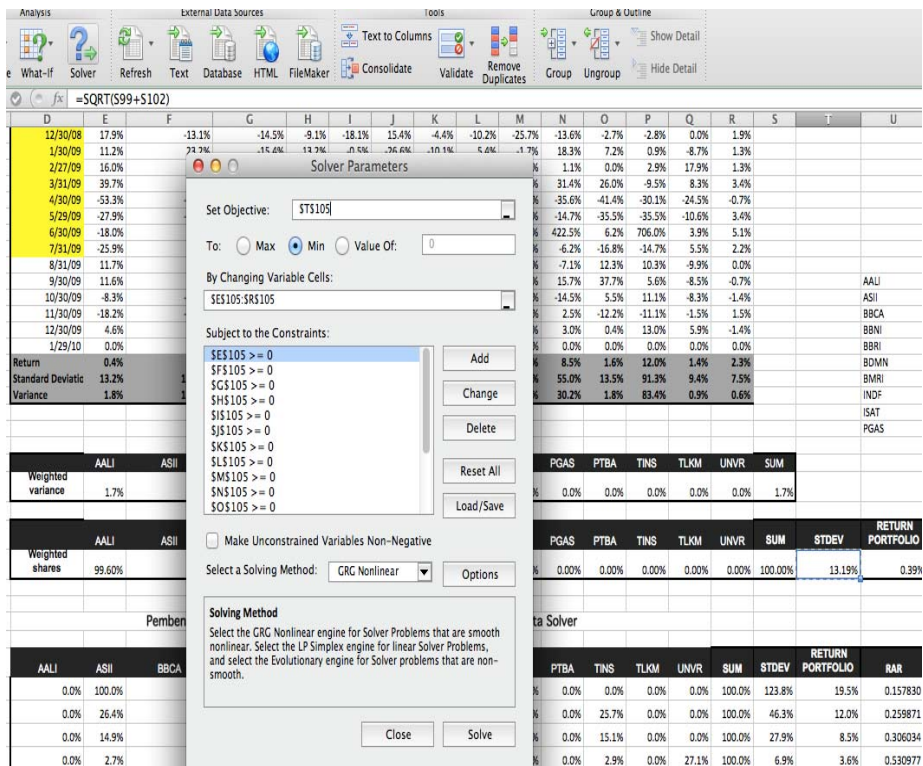
Matriks portofolio dapat dilihat pada grafik di bawah ini:

fx =E105*2*E566																	
D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
12/30/08	17.9%	-13.1%	-14.5%	-9.1%	-18.1%	15.4%	-4.4%	-10.2%	-25.7%	-13.6%	-2.7%	-2.8%	0.0%	1.9%			
1/30/09	11.2%	23.2%	-15.4%	13.2%	-0.5%	-26.6%	-10.1%	5.4%	-1.7%	18.3%	7.2%	0.9%	-8.7%	1.3%			
2/27/09	16.0%	3.4%	20.4%	21.4%	34.6%	18.1%	35.9%	-4.1%	12.7%	1.1%	0.0%	2.9%	17.9%	1.3%			
3/31/09	39.7%	9.1%	0.0%	9.8%	-1.4%	1.0%	-4.5%	-11.0%	-3.8%	31.4%	26.0%	-9.5%	8.3%	3.4%			
4/30/09	-53.3%	-45.3%	-14.3%	-47.4%	-36.1%	-46.9%	-41.1%	-44.4%	-13.1%	-35.6%	-41.4%	-30.1%	-24.5%	-0.7%			
5/29/09	-27.9%	-17.8%	-0.8%	-23.6%	-7.7%	-9.3%	-6.2%	-12.9%	-0.8%	-14.7%	-35.5%	-35.5%	-10.6%	3.4%			
6/30/09	-18.0%	-7.8%	5.0%	-13.0%	-4.1%	-2.7%	-5.0%	-1.1%	-5.4%	422.5%	6.2%	706.0%	3.9%	5.1%			
7/31/09	-25.9%	17.1%	22.2%	20.7%	19.6%	18.1%	14.4%	-5.2%	-3.7%	-6.2%	-16.8%	-14.7%	5.5%	2.2%			
8/31/09	11.7%	-8.3%	-10.8%	-3.2%	-12.1%	-17.5%	-10.3%	-14.3%	17.4%	-7.1%	12.3%	10.3%	-9.9%	0.0%			
9/30/09	11.6%	5.0%	-7.5%	4.2%	-2.5%	0.0%	0.9%	23.1%	-5.0%	15.7%	37.7%	5.6%	-8.5%	-0.7%			AALI
10/30/09	-8.3%	-17.5%	-7.7%	-13.7%	-5.6%	-17.4%	-8.7%	-2.2%	-14.8%	-14.5%	5.5%	11.1%	-8.3%	-1.4%			ASII
11/30/09	-18.2%	-12.9%	-9.1%	-16.3%	-12.5%	-9.8%	-3.8%	-20.5%	3.6%	2.5%	-12.2%	-11.1%	-1.5%	1.5%			BBCA
12/30/09	4.6%	2.2%	0.7%	-4.6%	2.9%	6.3%	-1.5%	3.5%	-3.5%	3.0%	0.4%	13.0%	5.9%	-1.4%			BBNI
1/29/10	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			BBRI
Return	0.4%	19.5%	2.1%	2.5%	3.6%	0.6%	2.5%	2.2%	0.5%	8.5%	1.6%	12.0%	1.4%	2.3%			BDMN
Standard Deviativ	13.2%	123.8%	9.0%	15.3%	15.7%	12.1%	12.3%	12.7%	10.0%	55.0%	13.5%	91.3%	9.4%	7.5%			BMRI
Variance	1.8%	153.2%	0.8%	2.3%	2.5%	1.5%	1.5%	1.6%	1.0%	30.2%	1.8%	83.4%	0.9%	0.6%			INDF
																	ISAT
																	PGAS

Analisis Pembentukan Portofolio Optimal...(Liliana & Yudith)



Gambar 4.2 RETURN PORTFOLIO



Gambar 4.3 STANDARD DEVIATION

ambar 4.4 Pembentukan Portofolio Optimal berdasarkan RAR

	AALI	ASII	BBKA	BBNI	BBRI	BDMN	BMRI	INDF	ISAT	PGAS	PTBA	TINS	TLKM	UNVR	SUM	STDEV	RETURN PORTFOLIO	RAR
A	0.0%	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100.0%	123.8%	19.5%	0.157830
B	0.0%	26.4%	0.0%	0.0%	6.3%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	41.6%	0.0%	25.7%	0.0%	0.0%	100.0%	46.3%	12.0%	0.259871
C	0.0%	14.9%	0.0%	0.0%	44.3%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	25.7%	0.0%	15.1%	0.0%	0.0%	100.0%	27.9%	8.5%	0.306034
D	0.0%	2.7%	13.3%	8.7%	19.1%	0.0%	12.8%	7.9%	0.0%	5.3%	0.0%	2.9%	0.0%	27.1%	100.0%	6.9%	3.6%	0.530977
E	1.1%	0.8%	15.9%	6.6%	9.2%	2.3%	10.1%	8.3%	2.8%	1.8%	5.3%	0.9%	9.5%	25.4%	100.0%	4.0%	2.5%	0.634060
F	1.4%	0.8%	15.7%	6.5%	9.0%	2.6%	9.9%	8.2%	3.2%	1.7%	5.3%	0.9%	9.6%	25.2%	100.0%	3.9%	2.5%	0.634059
G	2.8%	0.6%	15.0%	6.0%	7.7%	4.0%	9.1%	7.8%	5.5%	1.3%	5.5%	0.7%	10.4%	23.6%	100.0%	3.6%	2.3%	0.626839
H	3.5%	0.5%	14.7%	5.7%	7.1%	4.6%	8.7%	7.6%	6.6%	1.1%	5.6%	0.6%	10.8%	22.9%	100.0%	3.5%	2.2%	0.618587
I	4.0%	0.4%	14.5%	5.5%	6.5%	5.2%	8.4%	7.4%	7.5%	1.0%	5.7%	0.5%	11.1%	22.3%	100.0%	3.5%	2.1%	0.608427
J	8.1%	0.0%	12.5%	3.9%	2.6%	9.3%	6.0%	6.1%	14.1%	0.0%	6.2%	0.0%	13.4%	17.7%	100.0%	3.4%	1.6%	0.466744
K	10.5%	0.0%	11.1%	2.9%	0.3%	11.7%	4.5%	5.3%	17.9%	0.0%	6.5%	0.0%	14.7%	14.7%	100.0%	3.6%	1.4%	0.382885
L	24.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	24.2%	0.0%	0.0%	39.3%	0.0%	1.4%	0.0%	10.5%	0.0%	100.0%	6.0%	0.6%	0.101732
M	28.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	26.6%	0.0%	0.0%	44.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.5%	0.0%	100.0%	6.7%	0.5%	0.075335
N	99.6%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.4%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100.0%	13.2%	0.4%	0.029565

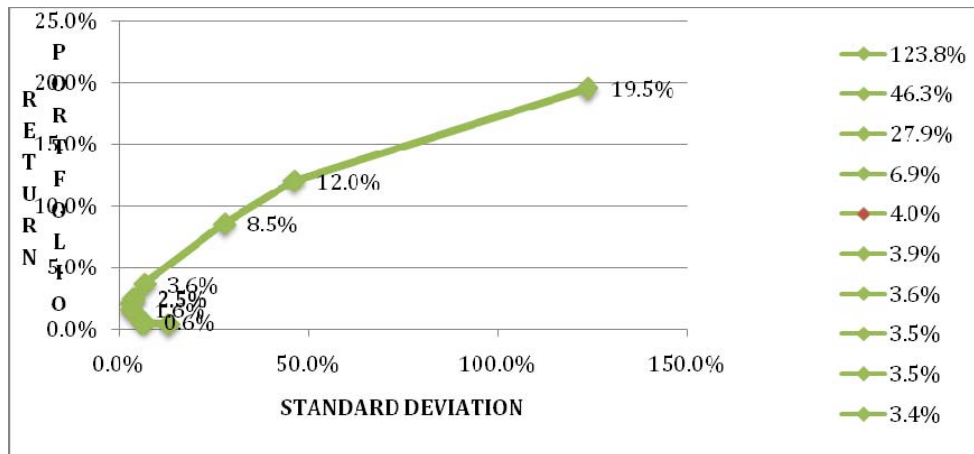
Tabel 4.4 Hasil perhitungan bobot untuk 14 portofolio

	AALI	ASII	BBCA	BBNI	BBRI	BDMN	BMRI
A	0.0%	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
B	0.0%	26.4%	0.0%	0.0%	6.3%	0.0%	0.0%
C	0.0%	14.9%	0.0%	0.0%	44.3%	0.0%	0.0%
D	0.0%	2.7%	13.3%	8.7%	19.1%	0.0%	12.8%
E	1.1%	0.8%	15.9%	6.6%	9.2%	2.3%	10.1%
F	1.4%	0.8%	15.7%	6.5%	9.0%	2.6%	9.9%
G	2.8%	0.6%	15.0%	6.0%	7.7%	4.0%	9.1%
H	3.5%	0.5%	14.7%	5.7%	7.1%	4.6%	8.7%
I	4.0%	0.4%	14.5%	5.5%	6.5%	5.2%	8.4%
J	8.1%	0.0%	12.5%	3.9%	2.6%	9.3%	6.0%
K	10.5%	0.0%	11.1%	2.9%	0.3%	11.7%	4.5%
L	24.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	24.2%	0.0%
M	28.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	26.6%	0.0%
N	99.6%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%

	INDF	ISAT	PGAS	PTBA	TINS	TLKM	UNVR
A	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
B	0.0%	0.0%	41.6%	0.0%	25.7%	0.0%	0.0%
C	0.0%	0.0%	25.7%	0.0%	15.1%	0.0%	0.0%
D	7.9%	0.0%	5.3%	0.0%	2.9%	0.0%	27.1%
E	8.3%	2.8%	1.8%	5.3%	0.9%	9.5%	25.4%
F	8.2%	3.2%	1.7%	5.3%	0.9%	9.6%	25.2%
G	7.8%	5.5%	1.3%	5.5%	0.7%	10.4%	23.6%
H	7.6%	6.6%	1.1%	5.6%	0.6%	10.8%	22.9%
I	7.4%	7.5%	1.0%	5.7%	0.5%	11.1%	22.3%
J	6.1%	14.1%	0.0%	6.2%	0.0%	13.4%	17.7%
K	5.3%	17.9%	0.0%	6.5%	0.0%	14.7%	14.7%
L	0.0%	39.3%	0.0%	1.4%	0.0%	10.5%	0.0%
M	0.0%	44.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.5%	0.0%
N	0.0%	0.4%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%

4.2.3 Pembentukan kurva *Efficient Frontier*

Dalam Gambar 4.5, terlihat portofolio optimum terletak pada titik-titik yang efisien sehingga diperoleh portofolio E yang merupakan portofolio optimal karena portofolio tersebut memiliki *risk adjusted return* (RAR) yang lebih tinggi daripada yang lain dengan poin RAR adalah 0,634060.



Sumber : Lampiran VII

Gambar 4.5 Kurva Efficient Frontier

Sesuai dengan teori portofolio efisien bahwa portofolio efisien adalah portofolio yang menyediakan *return* tertentu bagi investor dengan risiko minimal atau menawarkan kondisi risiko yang sama dengan tingkat *return* maksimal. Portofolio optimal adalah portofolio yang dipilih investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada portofolio efisien. Pada gambar di atas, Portofolio E dipilih sebagai portofolio optimal karena portofolio memiliki *return* sebesar 2.5% dengan risiko (*standard deviation*) sebesar 4.0% sehingga diperoleh RAR sebesar 0.634060, sedangkan pada kondisi *return* yang sama untuk portofolio F dengan *return* 2.5% dan risiko sebesar 3.9% hanya memperoleh RAR sebesar 0.634059; karena itu, dipilih portofolio E sebagai portofolio yang paling optimal.

5. SIMPULAN DAN SARAN

5.1 SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan dan diuraikan pada bab sebelumnya, simpulan akhir yang dapat diperoleh dari perhitungan *solver* adalah sebagai berikut.

1. Ada empat belas portofolio yang dapat dibentuk dari banyaknya saham-saham di LQ45 yang memiliki *return* positif yang secara konsisten masuk dalam periode 2008 hingga 2012.
2. Portofolio optimal diperoleh dari poin *risk adjusted return* (RAR) tertinggi, yaitu portofolio E dengan poin RAR 0.634060, dan bobot saham masing-masing adalah
 - a. AALI sebesar 1.10%,

- b. ASII sebesar 0.80%,
- c. BBKA sebesar 15.90%,
- d. BBNI sebesar 6.6%,
- e. BBRI sebesar 9.20%,
- f. BDMN sebesar 2.3%,
- g. BMRI sebesar 10.1%,
- h. INDF sebesar 8.3%,
- i. ISAT sebesar 2.8%,
- j. PGAS sebesar 1.8%
- k. PTBA sebesar 5.3%,
- l. TINS sebesar 0.9%,
- m. TLKM sebesar 9.5%,
- n. UNVR sebesar 25.4%.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan simpulan yang telah dikemukakan di atas, saran yang dapat diberikan oleh penulis adalah sebagai berikut.

1. Penelitian ini dapat dikembangkan dengan mencari tahu portofolio optimal mana yang akan terbentuk dalam kondisi pasar *bullish* dan *bearish*.
2. Dalam perhitungan *return*, sebaiknya digunakan data *historical price weekly* menurut rekomendasi dari penelitian yang pernah dilakukan sebelumnya sehingga pola kurva *efficient frontier* akan lebih bagus.
3. Untuk penelitian selanjutnya, penelitian ini dapat dikombinasikan dengan menggunakan data saham dan obligasi ataupun obligasi saja.

DAFTAR RUJUKAN

- Agus S. (2013). *VAR Portfolio Optimal: Perbandingan Antara Markowitz dan Mean Absolute Deviation*; p.37-50.
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A.J. (2008). *Essentials of investment* (7th ed.). London: McGraw-Hill.
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A.J. (1995). *Essentials of investment* (2nd ed.). London: McGraw-Hill; p.3.
- Durianto, Darmadi, Sugiarto, dan Toni Sitinjak. (2001). *Strategi Menaklukan Pasar : Melalui Riset Ekuitas dan Perilaku Merek*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- Eko, Umanto. (2008). Analisis dan Penilaian Kinerja Portofolio Optimal Saham-Saham LQ-45. *Bisnis dan Birokrasi, Jurnal Ilmu Administrasi dan Organisasi*, FISIP Universitas Indonesia; p.178-187.
- Francis, Jack. (1991). *Investment : Analysis and management* (5th ed.). Singapore : Mc.Graw Hill Inc; p.1.

Husnan, Suad (2002). *Dasar-dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas* edisi ketiga,

p.200.Yogyakarta.Unit Penerbit dan Percetakan AMP YKPN.

Jogiyanto.(2003). *Analisis Investasi dan Teori Portofolio*, Yogyakarta: Gajah Mada Press.

K.Reilly, Frank; C.Brown, Keith. (2003). *Investment Analysis & Portfolio Management (7thed.)*. Thomson Learning; p.211.

K.Reilly, Frank; C.Brown, Keith.(2003). *Investment Analysis & Portfolio Management (7thed.)*.US : Thomson South-Western Inc; p.211.

Mandal, Niranjana. (2013). *Sharpe's Single Index Model and Its Application to Construct Optimal Portfolio : An Empirical Study*. Great Lakes Herald, Vol.7, No.1.

Markowitz, Harry. (1952). Portfolio Selection.*The Journal of Finance*, Vol.7, No.1; pp. 77-91.

Marsalina, Finanda. (2009). *Identifikasi Kemampuan Selectivity dan Market Timing Pada Reksa Dana Saham di Indonesia*.Skripsi. Fakultas Ekonomi. Universitas Indonesia.

Nancy, M.Szigethy. (2012). *Investment Bulletin for Endowment and Foundation Community*.The NMS Exchange.

Ni Wayan, Y.I ; Ni Putu, A.D. (2013). *Penentuan Portofolio Optimal dengan Model Markowitz pada Saham Perbankan di Bursa Efek Indonesia*. Bali, Indonesia.

Priyo.P, Eko; Nugraha, Ubaidillah; Arlina, Ariefa (2001). Reksa dana: Solusi Perencanaan Investasi di Era Modern. *Capital Investment*, p.300. Gramedia Pustaka Utama.

Savabi, Farhad ; Hamid, S. ; and Bijan, B. (2012). Generalization and Combination of Markowitz – Sharpe's Theories and New Efficient Frontier Algorithm.*African Journal of Business Management* Vol. 6(18); pp.5844-5851.

Saadah, S., Uyanto, S.S., Suhartoko, Y.B., Wijayanti, S.H., Faliany, J., & Efendi.(2012). *Pedoman penulisan skripsi*. Jakarta: Penerbit Universitas Katolik Indonesia Atma Jaya.

Supriyadi, Marwan, Ambo Sakka Hadmar. (2009). *Analisis Pembentukan Portofolio yang Efisien pada Perusahaan Industri Tobacco Manufacturers dengan Model Markowitz*.Skripsi. Fakultas Ekonomi, Universitas Gunadarma.

Suqaier, Faten Shukri, Hussein Ali Al Ziyud. (2011). The Effect of Diversification on Achieving Optimal Portfolio.*European Journal of Economics Finance, and Administration Sciences*, (32).

Tandelilin, Eduardus. (2010). *Portofolio dan Investasi*.Teori dan Aplikasi. Edisi Pertama. Yogyakarta:Kanisius.

Ticoh, Janne Deivy. (2010). Optimalisasi Portofolio Proyek dengan Menggunakan Kurva Efisien Markowitz. Ed Vokasi, *Jurnal Pendidikan Teknologi dan Kejuruan*, p: 36-57.

Wang, Zhen; Gao, Shuling. (2013). Multi-Period Optimal Portfolio Decision with Transaction Costs and HARA Utility Function.*IJCSI International Journal of Computer Science Issues*, Vol.10; 1694-0784.

<http://www.bankmandiri.co.id>

Comment [i-[1]: Tahun berapa?

<http://www.bi.go.id>

<http://www.britama.com>

<http://www.forbes.com>

<http://www.idx.co.id>

<http://www.yahoo.finance.com>